Trabajo de la Fuerza Eléctrica y Energía Potencial Eléctrica

Cuando se estudió la fuerza de la gravedad demostramos que la misma era conservativa. Es decir, el trabajo que ésta realiza sobre un objeto por cualquier trayectoria depende sólo de la posición inicial y final, y no de la trayectoria elegida para efectuar dicho movimiento. Al ser esta fuerza conservativa hemos podido definir una energía potencial gravitatoria.

La energía potencial gravitatoria es una propiedad del sistema. El trabajo realizado para separar el cuerpo de la tierra aumenta la energía potencial gravitatoria del sistema y cuando las dos partes se juntan, su energía potencial gravitatoria se convierte en otras formas de energía (cinética, interna, etc.).

Esto simplificó muchas veces la resolución de problemas debido a que estas magnitudes son escalares, en lugar de tener que resolverlos mediante el uso de fuerzas que son vectoriales.

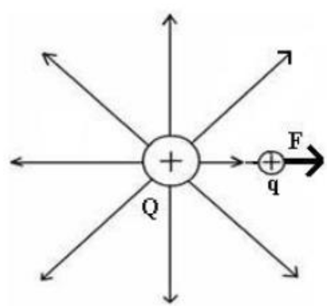
La fuerza eléctrica, a simple vista, parece tener una expresión similar a la de la fuerza gravitatoria, es por eso por lo que nos encargaremos de calcular el trabajo que ésta realiza y, si la fuerza resultara ser conservativa, podemos definir una nueva energía potencial, la energía potencial eléctrica la cual también será una propiedad del sistema y tendrá las mismas características que la potencial gravitatoria.

Consideremos una carga *Q* la cual genera un campo eléctrico en el espacio que la rodea. La intensidad de este campo eléctrico, a una distancia *r*, la podemos expresar

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

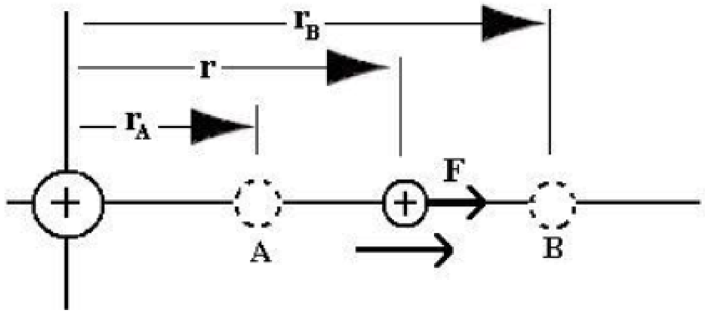
Si a una distancia *r* de *Q*, colocamos una carga *q*, la primera le ejercerá a la segunda una fuerza eléctrica, a través del campo eléctrico que origina, que en módulo será:

$$F = qE = k\frac{Qq}{r^2}$$



Vale observar aquí que esta fuerza es variable y que dependerá del valor que tome *r* en el espacio.

Calculemos ahora el trabajo que realiza la fuerza eléctrica en mover a la carga *q* desde una distancia r_A hasta una distancia r_B, tal como se muestra en la siguiente figura.



La expresión que nos permite calcular el trabajo de la fuerza eléctrica resulta ser:

$$W_{AB} = F.d.\cos\theta$$

Donde d es la distancia recorrida y θ el ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento. En nuestro caso tenemos:

$$d = |r_B - r_A|$$
$$\cos\theta = 1$$

Es aquí cuando nos presentamos con un problema: la fuerza eléctrica **no es constante**. Esto quiere decir que no será fácil calcular dicho trabajo ya que a medida que la partícula cargada se aleja de A y llega a B la fuerza eléctrica cambia su valor punto a punto. Es decir, ¿Qué valor de F tomamos para colocar en la expresión del trabajo si cambia durante el movimiento?

Una las formas más tradicionales en física de resolver este tipo de problemas es pensar que la distancia d puede ser dividida por pequeños intervalitos de distancia llamados Δd. Es decir:

$$d = \sum_{A}^{B} \Delta d$$

Estos intervalitos pueden ser tan pequeños como uno quiera hacerlos, o bien como uno pueda hacerlos.

Ahora bien, podría surgir la siguiente pregunta: ¿de qué nos sirve esta división?

Y es que si los intervalos son pequeños uno puede pensar que la fuerza eléctrica **se mantiene constante** durante ese pequeño paso y que la velocidad de la partícula se mantiene constante. Esto nos permitirá calcular el trabajo que se hizo en ese pequeño intervalo pensando a la fuerza eléctrica constante. Luego el trabajo total que realiza la fuerza eléctrica será la suma de los trabajos que se hicieron en cada pequeño intervalo.

Es decir el trabajo podremos calcularlo como:

$$W_{AB} = \sum_{A}^{B} W$$

Donde W representa el trabajo que se hace en un Δd, el cual puede ser calculado como

$$W = F.\Delta d.\cos\theta$$

Con lo cual el trabajo total resulta ser:

$$W_{AB} = \sum_{A}^{B} F.\Delta d.\cos\theta$$

Además si en cada intervalo el W resultara ser independiente de la trayectoria, o bien dicho de otra manera, si en cada intervalo el trabajo que se realiza depende sólo del punto inicial y final; esto querrá decir que en todos los intervalos pasará lo mismo y por lo tanto el trabajo total también dependerá del punto inicial y final, por lo que la fuerza eléctrica será conservativa. Veamos si esto es así.

Supongamos que la carga q se mueve en ese pequeño intervalito dentro del intervalo total. Este pequeño intervalo comienza a una distancia r_i y termina a una distancia r_f de la carga Q. Esto es:

$$\Delta d = \left| r_f - r_i \right|$$

Por lo que el trabajo en ese pequeño intervalo será:

$$W_{if} = F.(r_f - r_i).\cos\theta$$
$$W_{if} = F.(r_f - r_i).\cos 0°$$

Ahora bien como expresamos anteriormente podemos pensar que la fuerza eléctrica F se mantiene constante en el intervalo y nos debemos preguntar ¿Cuál es su valor?

Entre r_i y r_f actúa una fuerza eléctrica media geométrica (es decir un promedio geométrico) la cual podemos expresar como:

$$F_m = \sqrt{F_i.F_f}$$

Donde la fuerza eléctrica F_i es la fuerza que se le ejerce a q al iniciar ese pequeño desplazamiento y la podemos expresar como:

$$F_i = k\frac{Q.q}{r_i^2}$$

Y la fuerza eléctrica F_f la fuerza que se le ejerce a q en el punto final de ese pequeño desplazamiento, expresada como:

$$F_f = k\frac{Q.q}{r_f^2}$$

De esta manera la fuerza eléctrica media en ese intervalo será:

$$F_m = \sqrt{k\frac{Qq}{r_i^2}.k\frac{Qq}{r_f^2}} = \sqrt{\frac{k^2Q^2q^2}{r_i^2.r_f^2}}$$

$$F_m = k\frac{Qq}{r_i r_f}$$

Ahora podemos ver que es constante durante ese pequeño desplazamiento.

Volviendo al cálculo del trabajo

$$W_{if} = F_m.(r_f - r_i)\cos 0°$$

$$W_{if} = F_m.(r_f - r_i)$$

$$W_{if} = k\frac{Qq}{r_i.r_f}.(r_f - r_i)$$

$$W_{if} = k.Q.q.\frac{(r_f - r_i)}{r_i.r_f}$$

$$W_{if} = k.Q.q.\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right)$$

Podemos ver que el trabajo realizado por la fuerza eléctrica en un intervalito de la trayectoria depende solamente de la distancia inicial y final de la carga q, por lo que se deduce que la fuerza eléctrica es conservativa en ese intervalito.

Este cálculo se puede repetir para todos los intervalitos que entran en la distancia que uno debe recorrer y llegaríamos a la misma conclusión: que el trabajo sólo depende de los puntos inicial y final, entonces generalizando podemos decir que la fuerza eléctrica es conservativa, y el trabajo que ésta realiza desde A hasta B no depende de la trayectoria que se tome para calcularlo. Su expresión resulta ser:

$$W_{AB}^{F_{elec}} = kQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Hemos visto que la fuerza eléctrica es conservativa, esto que nos permite justificar la definición de energía potencial eléctrica.

Definimos **Energía Potencial Eléctrica** del sistema de cargas Q y q, cuando están separadas una distancia r:

$$E_P(r) = k\frac{Qq}{r}$$

Entonces, retomando el trabajo realizado por la fuerza eléctrica:

$$W_{AB}^{F_{elec}} = -kQq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = -\left(E_p(B) - E_p(A)\right)$$

$$W_{AB}^{F_{elec}} = -\Delta E_P$$

Cuestiones:

1. Mover una carga desde infinito hasta r

El Agente Externo

Cuando la carga se mueve debido a la acción única de la fuerza eléctrica, la misma comenzará a acelerarse, lo cual incrementará su energía cinética. Esto sucede porque, al ser la fuerza eléctrica conservativa, se tiene que $\Delta E_M = 0 = \Delta E_C + \Delta E_P$ lo que se traduce en $\Delta E_C = -\Delta E_P$. Es decir, la energía potencial del sistema se convierte en energía cinética.

Pero podría ser necesaria la acción de un agente externo, que ejerza una fuerza externa sobre la carga, que modifique el movimiento de ésta dentro del campo eléctrico. El carácter del agente externo nos indica que es una fuerza no conservativa, por lo que podremos plantear en cualquier problema que necesitemos la acción de un agente externo:

$$W_{FNC} = W_{F_{ext}} = \Delta E_M = \Delta E_P + \Delta E_C$$

Si se requiere que el movimiento sea cuasi-estático, es decir, que la carga se mueva con velocidad constante en el sentido del campo o en contra del mismo. Para esto es necesario que un agente externo haga una fuerza externa igual y opuesta a la fuerza eléctrica. En este caso el agente externo extrae o entrega energía al sistema respectivamente, para que no se produzca aceleración, es decir, $\Delta E_C = 0$ y

$$W_{FNC} = W_{F_{ext}} = \Delta E_P$$

Potencial Eléctrico

Imaginemos nuevamente una carga Q fija en el origen de coordenadas y tomamos una carga de prueba q la cual queremos trasladar desde un punto A (a una distancia r_A de Q) hasta un punto B (a una distancia r_B de Q). La variación de energía potencial que sufrirá este sistema de cargas será:

$$\Delta E_{pAB} = kQq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Si quisiéramos mover una carga de prueba dos veces más grande, obtendríamos el doble en el cambio de la energía potencial:

$$\Delta E'_{pAB} = kQ(2q)\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Y si la carga de prueba fuese tres veces mayor tendríamos el triple de la variación de energía potencial eléctrica inicial.

$$\Delta E''_{pAB} = kQ(3q)\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Esto indica que la variación de energía potencial eléctrica es directamente proporcional a la carga de prueba, o bien, el cociente entre la variación de energía potencial eléctrica y la carga que queremos mover siempre es constante y por lo tanto dependerá exclusivamente de las alteraciones en el espacio que produce Q.

$$\frac{\Delta E_{pAB}}{q} = \frac{\Delta E'_{pAB}}{2q} = \frac{\Delta E''_{pAB}}{3q} = cte$$

Este cociente se define como *diferencia de potencial eléctrico,* o simplemente ***diferencia de potencial*** **(** ΔV **),** de este modo:

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{pAB}}{q}$$

O bien,

$$V_B - V_A = \frac{E_{pB} - E_{pA}}{q}$$

La unidad del SI para el potencial la podemos deducir de ésta última ecuación:

$$[\Delta V] = \frac{[\Delta E_p]}{[q]} = \frac{J}{C} = V \text{ (Volt)}$$

Usando la relación entre el trabajo de la fuerza eléctrica y la variación de energía potencial eléctrico podemos escribir la diferencia de potencial como:

$$\Delta V_{AB} = \frac{-W_{AB}^{F_{elec}}}{q}$$

Aquí puede observarse como la diferencia de potencial es una magnitud que depende exclusivamente de la partícula generadora del campo eléctrico, ya que a esta magnitud se la puede pensar como el trabajo por unidad de carga que hace la fuerza eléctrica cuando a q se la traslada desde A hasta B.

Si el punto A se encuentra a una distancia infinitamente grande, tendremos:

$$\Delta V_{\infty B} = -\frac{W_{\infty B}^{F_{elec}}}{q}$$

A $V_{\infty B}$ **se lo denomina potencial eléctrico en el punto B respecto al infinito y lo escribimos simplemente** V_B **(esto es el potencial absoluto en el punto B).**

A cada punto del campo eléctrico le podemos hacer corresponder un valor del potencial eléctrico. La diferencia de potencial ΔV_{AB} también puede expresarse:

$$\Delta V_{AB} = \frac{E_{PB} - E_{PA}}{q} = \frac{\frac{kQq}{r_B} - \frac{kQq}{r_A}}{q}$$

$$V_B - V_A = k\frac{Q}{r_B} - k\frac{Q}{r_A}$$

Por lo que:

$$V_B = k\frac{Q}{r_B} \text{ y } V_A = k\frac{Q}{r_A}$$

En general a una distancia r genérica y en el caso de una carga puntual Q el potencial lo podemos expresar como:

$$V = k\frac{Q}{r}$$

Trabajo, Energía Potencial Eléctrica y Potencial en campos uniformes

Cuando el **campo eléctrico es uniforme** el cálculo del trabajo resulta ser sencillo. Si trasladamos una carga de prueba desde un punto A hasta un punto B tal como se muestra en la figura, la fuerza eléctrica se mantiene constante durante toda la trayectoria y el trabajo simplemente lo podemos calcular como:

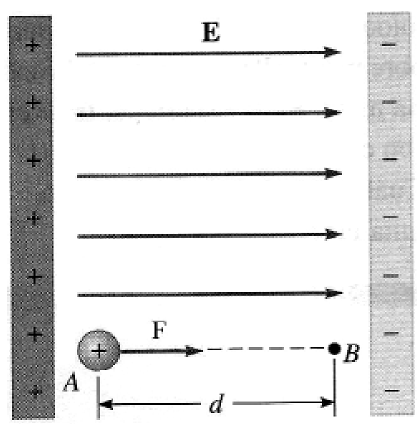
$$W_{AB}^{F_{elec}} = F.d.\cos\theta$$

Recordemos que la fuerza eléctrica la podemos escribir como F=q.E, entonces:

$$W_{AB}^{F_{elec}} = qEd$$

Luego la variación de energía potencial simplemente es:

$$\Delta E_{pAB} = -W_{AB}^{F_{elec}} = -qEd$$



Y por último la diferencia de potencial que existe entre las placas será:

$$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta E_{pAB}}{q} = -Ed$$

O bien

$$\Delta V_{BA} = -\Delta V_{AB} = Ed$$

Si se conoce la diferencia de potencial y la distancia entre las placas podemos calcular la intensidad del campo eléctrico como:

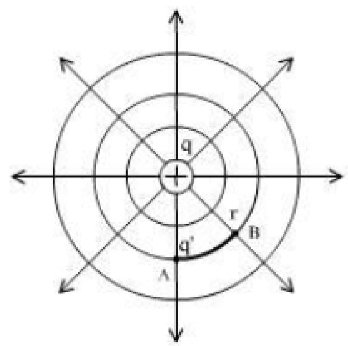
$$|E| = \frac{|\Delta V|}{d}$$

Esto demuestra la equivalencia entre las unidades:

$$\frac{V}{m} = \frac{N}{C}$$

Superficies equipotenciales

Consideremos una carga puntual q generadora de un campo eléctrico. Calculemos el trabajo que efectúa la fuerza eléctrica en mover una carga de prueba q' desde el punto A hasta B tal cual se muestra en la figura.



$$W_{AB}^{F_{elec}} = -\left(E_{PB} - E_{PA}\right)$$

$$W_{AB}^{F_{elec}} = -\left(\frac{kqq'}{r_B} - \frac{kqq'}{r_A}\right)$$

Como $r_A = r_B$ entonces:

$$W_{AB}^{F_{elec}} = 0$$

Esto quiere decir que la fuerza eléctrica no efectúa ningún trabajo al mover una carga de prueba desde A hasta B, o bien, podemos concluir que la fuerza eléctrica no efectuará trabajo sobre ninguna carga que se mueva sobre una superficie que mantenga constante la distancia que hay desde q' hasta q. Estas superficies son esferas centradas en q, las cuales podemos sólo dibujarlas en el plano.

Podemos ver como las superficies equipotenciales y las líneas de campo eléctrico son perpendiculares entre si.

Recordemos que

$$\Delta V_{AB} = -\frac{W_{AB}^{F_{elec}}}{q}$$

Como se moverá a la partícula sin efectuar trabajo tenemos que:

$$\Delta V_{AB} = 0$$

O bien lo que es lo mismo:

$$V_A = V_B$$

Es decir este tipo de superficies tienen algo que las caracteriza: el potencial en todos sus puntos se mantiene constante, y se las denomina **superficies equipotenciales,** aunque, en general, suele dibujárselas en el plano.

Cuando se mueve una carga de prueba sobre una superficie equipotencial la fuerza eléctrica *no efectúa ningún trabajo,* es decir, *no hay ninguna variación en la energía potencial eléctrica del sistema.*

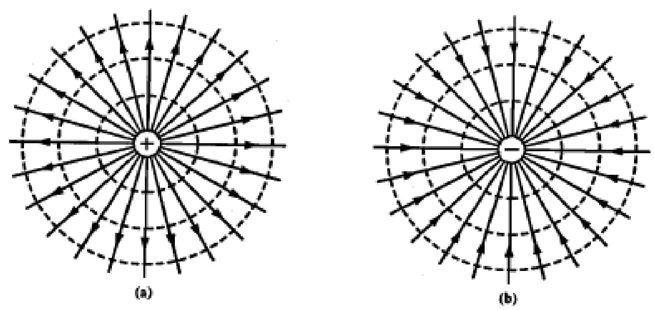


Fig. Representación del campo eléctrico y del potencial para el caso de una carga puntual positiva (a) y negativa (b). Obsérvese que las líneas de campo y de potencial son siempre perpendiculares entre sí.

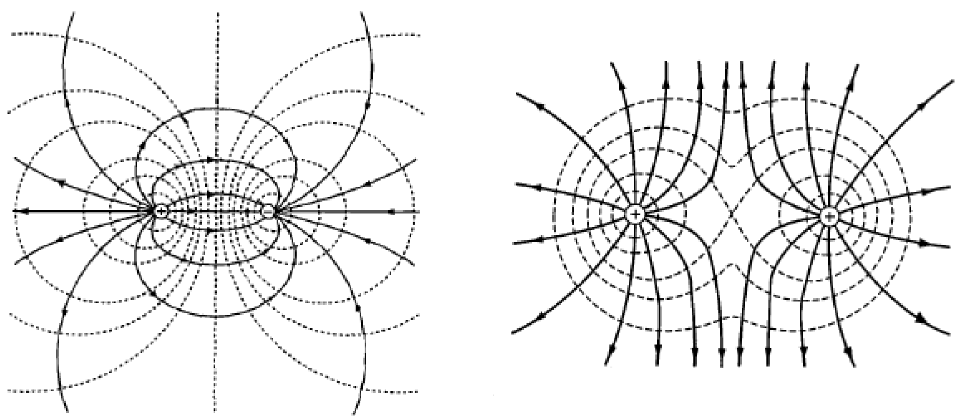


Fig. Representación del campo eléctrico y del potencial para el caso de dos cargas puntuales de distinto signo y de igual signo. Obsérvese que las líneas de campo y de potencial son siempre perpendiculares entre sí.

Referencia

Vettorel, S., Tabares, I. & Oliva, A. (2017). FÍSICA Electrostática. Recuperado el 10 de septiembre de 2021, de https://rephip.unr.edu.ar/xmlui/bitstream/handle/2133/7084/7403-17%20FISICA%20Electrosta%cc%81tica.pdf?sequence=2&isAllowed=y