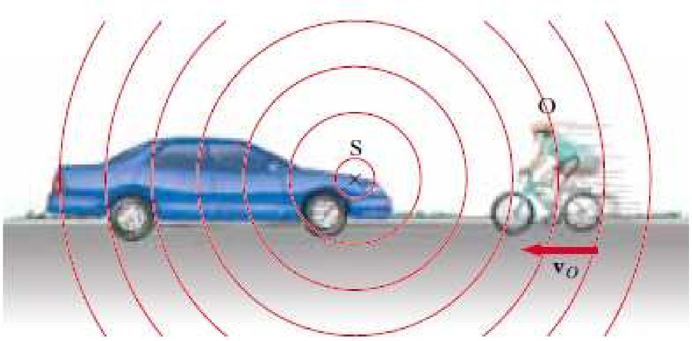
El Efecto Doppler

Si te sitúas en una carretera y escuchas la bocina de un auto que se acerca hacia tí notarás un cambio abrupto de frecuencia cuando el auto cruza frente a tí.

Al acercarse, la bocina suena más aguda (mayor frecuencia) de lo que sería de estar el auto en reposo.

Al alejarse se produce el efecto contrario: La frecuencia disminuye. Esto es el efecto Doppler.



La velocidad del sonido en el aire es u.

Podemos distinguir dos situaciones:

1) La fuente(F) fija en el sistema de referencia en que el aire está en reposo y el observador(O) acercándose con velocidad v.

Para simplificar el análisis, supondremos que O se acerca a F en línea recta.

En este caso la longitud de onda λ no cambia, pero O percibe una frecuencia mayor, dada por

$$\bar{\nu} = \frac{(u + v)}{\lambda}$$

Dado que$\lambda\,\nu = u$, se tiene:

$$\bar{\nu} = \nu\frac{(u+v)}{u}$$

Si O se aleja de la fuente v es negativo y la frecuencia disminuye.

2) O en reposo respecto al aire y F acercándose a O con velocidad v.

En este caso,

$$\bar{\lambda} = \lambda - v\,T$$

o

$$\bar{\nu} = \nu\frac{u}{u-v}$$

Si F se aleja de O v es negativo y la frecuencia disminuye.

Notar que para $u = v$, estas expresiones presentan una singularidad.

Algo debe pasar cuando la fuente alcanza la velocidad del sonido en el aire.

3)Si la fuente y el observador están en movimiento:

$$f' = \frac{v \pm v_O}{v \mp v_F} f$$

Regla: acercarse aumenta la frecuencia. Alejarse disminuye la frecuencia.

Ejemplo 1. Una ambulancia viaja al este por una carretera con velocidad 33.5 m/s ; su sirena emite sonido con una frecuencia de 400 Hz. Qué frecuencia escucha una persona en un auto que viaja al oeste con velocidad 24.6 m/s

(a) cuando el auto se acerca a la ambulancia

$$f' = \frac{343 + 24.6}{343 - 33.5} 400\text{Hz} = \frac{367.6}{309.5} 400 = 475.1\text{Hz}$$

(b) cuando el auto se aleja de la ambulancia?

$$f' = \frac{343 - 24.6}{343 + 33.5} 400\text{Hz} = \frac{318.4}{376.5} 400 = 338.27\text{Hz}$$

Ejemplo 2. Un tren pasa frente a la estación con velocidad 40.0 m/s. El silbato del tren tiene frecuencia 320 Hz.

(a) Qué cambio en la frecuencia siente una persona parada en la estación cuando pasa el tren?

$$f_{\text{ac}} = \frac{u}{u - v_F} f \,,\, f_{\text{al}} = \frac{u}{u + v_F} f$$

$f_{\text{ac}} - f_{\text{al}} = \dfrac{2u v_F f}{u^2 - v_F^2} = \dfrac{2x343x40x320}{343^2 - 40^2} = \dfrac{8780800}{116049} =$
75.6Hz

(b) Qué longitud de onda es detectada por una persona en la estación cuando el tren se acerca?

$$\lambda_{\text{ac}} = \frac{u}{f_{\text{ac}}} = \frac{u - v_F}{f} = \frac{303}{320} m = .89m$$

Ejemplo 3. Un conductor viaja al norte con velocidad 25.0 m/s. Un auto policial que viaja al sur con velocidad 40.0 m/s, se acerca con su sirena emitiendo a una frecuencia de 2 500 Hz.

(a) Qué frecuencia observa el conductor cuando se acerca el auto policial?

$$f' = \frac{u + v_o}{u - v_F} f = \frac{343 + 25}{343 - 40} 2500\text{Hz} = 3036\text{Hz}$$

(b) Qué frecuencia observa el conductor cuando se aleja el auto policial?

$$f' = \frac{u - v_o}{u + v_F} f = \frac{343 - 25}{343 + 40} 2500\text{Hz} = 2075\text{Hz}$$

Ejemplo 4. Parado en un cruce de caminos, escuchas una frecuencia de 560 Hz de la sirena de un auto policial que se acerca. Después que el auto pasa, la frecuencia de la sirena es 480 Hz. Determine la velocidad del auto.

$$\begin{aligned} f_{\text{ac}} - f_{\text{al}} = \frac{2 u v_F f}{u^2 - v_F^2} &= 80\text{Hz} = a \\ a u^2 - a v_F^2 &= 2 u v_F f \\ -a u^2 + a v_F^2 + 2 u v_F f &= 0 \\ v_F = \frac{-2uf + \sqrt{4u^2 f^2 + 4a^2 u^2}}{2a} &= \\ \frac{-uf + u\sqrt{f^2 + a^2}}{a} & \end{aligned}$$

$$v_F = 28.4 m/s$$

Ejemplo 5. Sintiendo el latir del corazón de un feto.

Suponga que la pared ventricular del feto realiza un movimiento armónico simple con amplitud 1.80 mm y frecuencia 115 por minuto.

(a) Encuentre la máxima velocidad lineal de la pared del corazón. Suponga que el detector de movimiento en contacto con el abdomen materno emite sonido de frecuencia 2 000 000.0 Hz, que viaja a través del tejido a 1.50 km/s.

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2, v_{\max} = \omega A$$

$$v_{\max} = 6.28x115/60x1.8x10^{-3} m/s = 21.7x10^{-3} m/s$$

(b) Encuentre la máxima frecuencia del sonido que llega a la pared del corazón del feto.

$$f' = f(1500 + .022)/1500 = 2000029\text{Hz}$$

(c) Encuentre la máxima frecuencia a la cual el sonido reflejado llega al detector de movimento.

$$f'' = \frac{1500}{1500 - .022} f' = 2000058\text{Hz}$$

Ejemplo 6. Un tenedor vibrando a 512 Hz cae del reposo y acelera a 9.80 m/s2. Cuan lejos del punto de partida se encuentra el tenedor cuando ondas de frecuencia 485 Hz alcanzan el punto de partida? La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s.

$$x = \frac{1}{2} g t^2, v_F = g t$$

$f' = \dfrac{f}{1 + v_F/u}$, $v_F = u(f/f' - 1) = 18.9 m/s$

$$t = 1.93 s \qquad x = 18.25 m$$

Ejemplo 7. Un bloque con un parlante atado a él está conectado a un resorte con constante $k = 20$ N/m, como muestra la figura. La masa combinada del bloque y parlante es 5.00 kg, y la amplitud de su movimiento es 0.500 m.

(a) Si el parlante emite sonido de frecuencia 440 Hz, determine la mayor y menor frecuencia que capta la persona situada a la derecha del parlante.

$$f_M = \frac{u}{u - v_F} f \quad v_F = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 1 m/s$$

$$f_M = \frac{440}{1 - 1/343} = 441.3\text{Hz}$$

$$f_m = \frac{440}{1 + 1/343} = 438.7$$

(b) Si el máximo nivel de sonido escuchado por la persona es 60.0 dB cuando está más cerca del parlante, a 1.00 m , cuál es el mínimo nivel de sonido que escucha el observador?

Use la velocidad del sonido igual a 343 m/s.

$$\frac{I_M}{I_m} = 4 \quad I_M = 10^6 I_0 \quad I_m = \frac{1}{4} 10^6 I_0$$

$$\beta = 10 \log\left(\frac{1}{4} 10^6\right) = 54 \mathrm{dB}$$

Ejemplo 8. Un murciélago con velocidad de 5.00 m/s, está cazando un insecto. Si el murciélago emite un chillido de 40.0-kHz y recibe de vuelta un eco de 40.4 kHz, Cuál es la velocidad relativa entre murciélago e insecto? (La velocidad del sonido en el aire es $u = 340$ m/s.)

$$f' = \frac{u + v_{\mathrm{in}}}{u - v_{\mathrm{mur}}} f$$

$$f'' = \frac{u + v_{\mathrm{mur}}}{u - v_{\mathrm{in}}} f' = \frac{u + v_{\mathrm{mur}}}{u - v_{\mathrm{in}}} \frac{u + v_{\mathrm{in}}}{u - v_{\mathrm{mur}}} f$$

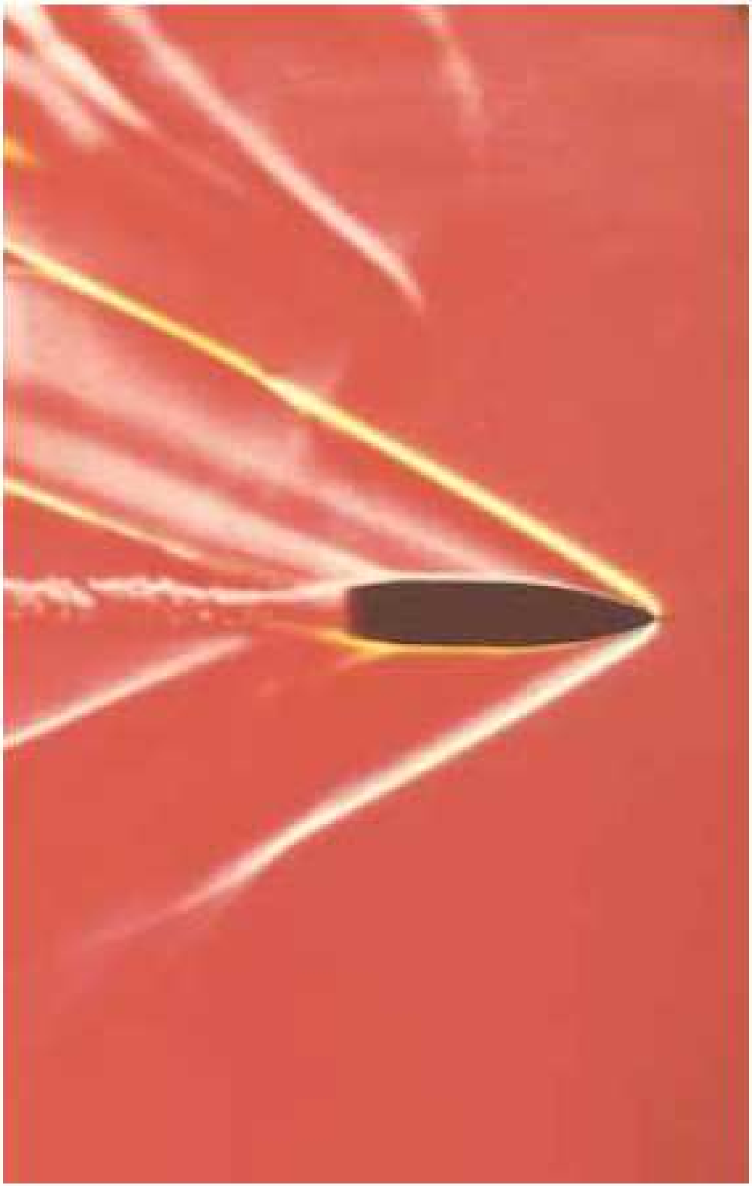
$$v_{in} = \frac{(f'' + f)\, u\, v_{\text{mur}} + (f - f'')\, u^2}{(f'' - f)\, v_{\text{mur}} + (-f'' - f)\, u} = -3.3 m/s$$

$$v_{\text{rel}} = 1.7 m/s$$

Ondas de Choque

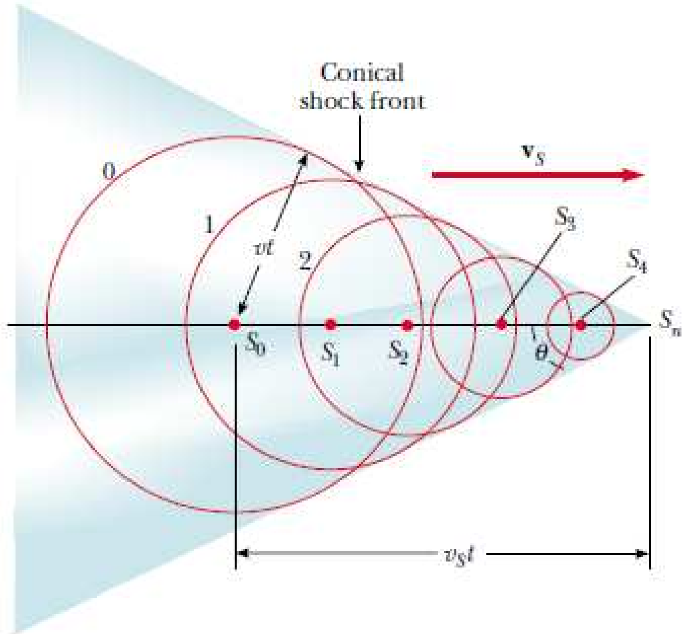
En efecto, cuando $v = u$, se produce una onda de choque.

El efecto es similar al cono producido por la proa de un bote que supera la velocidad de las olas en el mar.



Una foto estroboscópica de una bala moviéndose con velocidad supersónica a través del aire caliente arriba de una vela. Note la onda de choque cerca de la bala.

La onda de choque está concentrada en un cono, con vértice en la fuente y ángulo en el vértice dado por:



Una representación de la onda de choque producida cuando una fuente se mueve de S_0 a S_n con velocidad v_S , mayor que la velocidad v de la onda en el medio. La envolvente de los frentes de onda forma un cono cuyo semiángulo del vértice es

$$sen\,\theta = \frac{u}{v}$$

$\frac{v}{u}$ se llama el número de Mach y el frente de onda cónico que se produce para velocidades supersónicas se llama onda de choque.

Cuando un avión supera la velocidad del sonido en el aire se siente la onda de choque como una discontinuidad de la presión (sonido).

Ejemplo 9. Cuando partículas cargadas de alta energía atraviesan un medio transparente con velocidad superior a la velocidad de la luz en el medio, una onda de choque de luz se produce(radiación de Cerenkov). Se puede observar en la vecindad del núcleo de la piscina de un reactor nuclear debido a electrones muy veloces que pasan por el agua. En un caso particular, la radiación de Cerenkov produce un frente de ondas con un semiángulo en el vértice de 53.0°. Calcule la velocidad de los electrones en el agua. (La velocidad de la luz en el agua es 2.25×10^8 m/s.)

$$sen\,\theta = \frac{c}{v}, v = \frac{2.25\times10^8}{\operatorname{sen}53^\circ} m/s = 2.82\times10^8 m/s$$

Ejemplo 10. Un avión supersónico viaja a Mach 3.00 a una altura de 20 000 m está directamenta arriba de una persona, como muestra la figura.

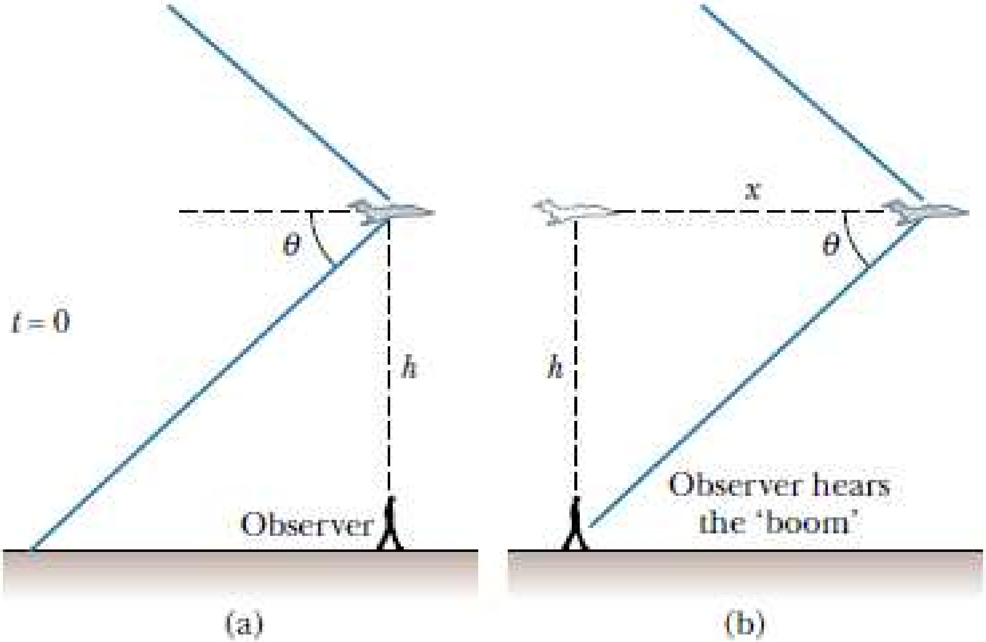
(a) Cuánto tiempo transcurre hasta que la persona percibe la onda de choque?

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{h}{vt} \quad t = \frac{h}{v\,\mathrm{tg}\theta} \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{3}, \mathrm{tg}\,\theta = .35$$

$$t = \frac{20000}{3x335x.35} s \quad = 56.3 s$$

(b) Dónde está el avión cuando se escucha el sonido? ($u_{\text{sonido}} = 335$ m/s.)

$$x = vt = 3ut = 3x335x56.3m = 56581.5m$$



Ejemplo 11. Un avión supersónico está volando paralelo al suelo. Cuando el avión está directamente sobre el observador, éste ve que el avión lanza un cohete. Diez segundos después el observador escucha la onda de choque, que es seguida por el sonido del motor del cohete, 2.80 s después.
Cuál es el número de Mach del avión?

$$h = u t_{\text{cohete}} = \quad 343x12.8m = \quad 4390.4m$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{h}{v t_{\text{choque}}}, \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{N_{\text{mach}}} \quad v = u N_{\text{mach}}$$

$$N_{\text{mach}} \operatorname{tg}\theta = \frac{h}{u t_{\text{choque}}} = \frac{343x12.8}{343x10} = 1.28$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta}} \quad \frac{1}{\sqrt{1-N_{\text{mach}}^{-2}}} \quad =1.28$$

$$N_{\text{mach}} = 6.6$$