# Función Derivada y Función Primitiva

**Ejemplo 1.**

Dada la función derivada $f(x) = 3x^2$ obtener una función primitiva $F(x)$.

**Solución.**

El objetivo de este ejemplo es buscar una función $F(x)$ que al calcular la derivada se obtenga $f(x)$ como solución, es decir, que se cumpla que $\frac{d(F(x))}{dx} = 3x^2$

De las fórmulas de derivación, una de ellas es:

$F(x) = x^n$, entonces $\frac{d(F(x))}{dx} = nx^{n-1}$.

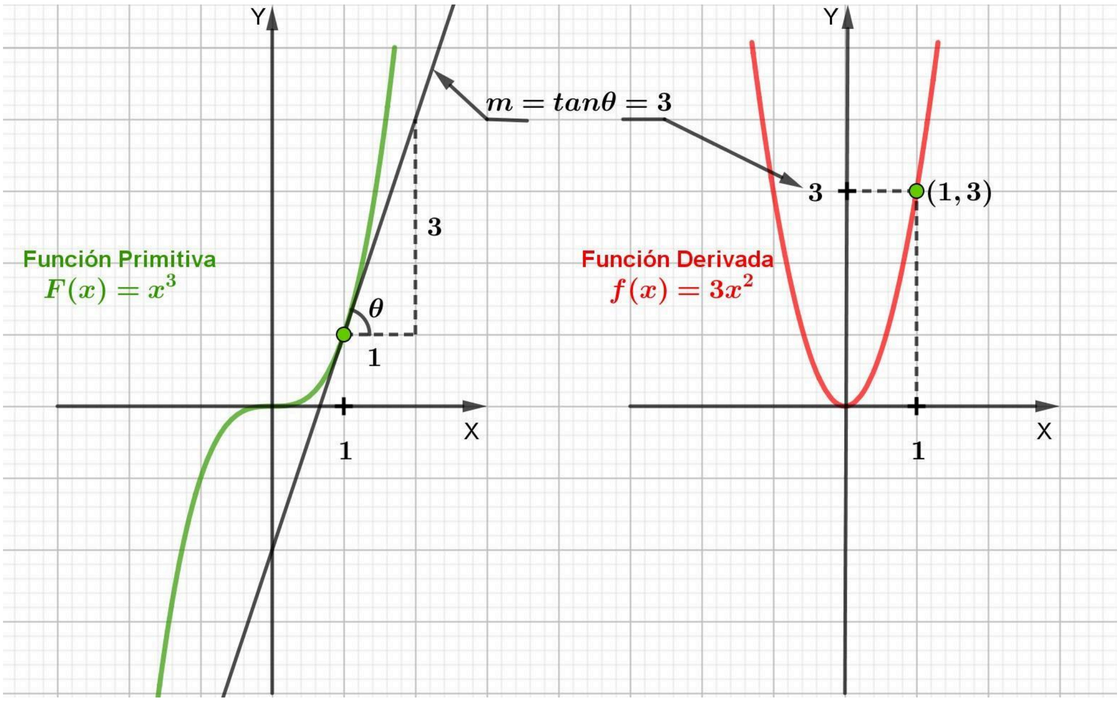
**Observa** que $nx^{n-1}$ tiene la misma estructura que $3x^2$.

Si se establece una igualdad con ambas, es decir: $nx^{n-1} = 3x^2$, es fácil observar que $n = 3$.

Así que se deduce que una Función Primitiva de $f(x) = 3x^2$ es:

$$F(x) = x^3$$

En la siguiente imagen se presentan las gráficas de $f(x) = 3x^2$ y de $F(x) = x^3$:




Gráficas de Función Primitiva y su Función Derivada.
Imagen de Rogelio, [Wikimedia Commons](#).

**Observa** que la función derivada $f(x) = 3x^2$ representa, en cada uno de sus puntos, la pendiente $m$ de la recta tangente que tiene la función $F(x)$, de la que es derivada. En la imagen se representa sólo uno de esos puntos, el de abscisa $x = 1$.

**Te preguntarás:** ¿por qué el enunciado del ejercicio indica **obtener <u>una</u> Función Primitiva**?

Para responder a esta pregunta te presentamos las siguientes funciones y sus derivadas:

Dada la función $F(x) = x^3 + 12$, para obtener su derivada debes recordar la siguiente fórmula:

Si $F(x) = u(x) + v(x)$, entonces $\dfrac{d(F(x))}{dx} = \dfrac{d(u(x))}{dx} + \dfrac{d(v(x))}{dx}$

Si se aplica para derivar $F(x) = x^3 + 12$ se obtiene:

$$\frac{d(x^3 + 12)}{dx} = \frac{d(x^3)}{dx} + \frac{d(12)}{dx}$$

Y aplicando esta otra fórmula de derivación:

Si $F(x)=c$, entonces $\frac{d(F(x))}{dx}=\frac{d(c)}{dx}=0$

Se obtiene finalmente:

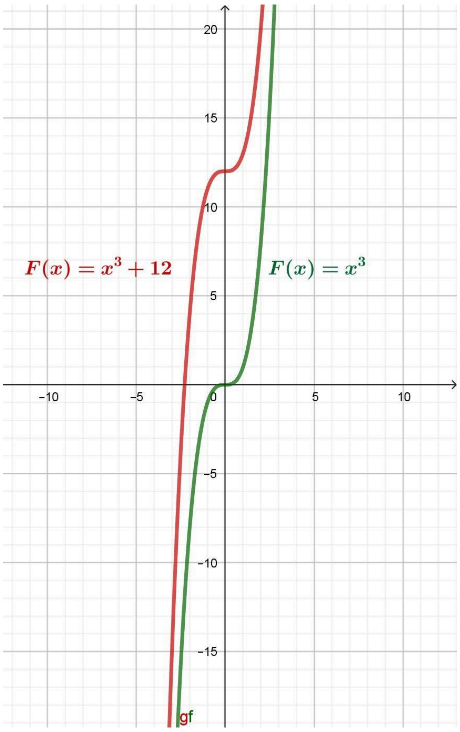
$$\frac{d(x^3+12)}{dx}=3x^2+0=3x^2$$

**Observa** que $F(x)=x^3$ y $F(x)=x^3+12$, tienen la misma derivada.

**Podemos conjeturar**, que habrá muchas más funciones diferentes a las dos anteriores sólo en el término constante, que tendrán la misma derivada.

**Una explicación gráfica** de este hecho es que todas esas funciones forman una familia de curvas desplazadas entre sí verticalmente en el plano coordenado cartesiano, sin alterar su forma.

Observa las gráficas de $F(x)=x^3$ y $F(x)=x^3+12$ en la siguiente imagen:




Dos Funciones Primitivas.
Imagen de Rogelio, [Wikimedia Commons](https://commons.wikimedia.org).

**Esto ocurre para cualquier función algebraica o trascendente.**

Si se desea representar a todas las funciones que como $F(x) = x^3$, tienen la misma derivada, se deberán enunciar así: $F(x) = x^3 + C$ donde $C \in \mathbb{R}$.

**Generalizando**, la Función Primitiva completa de una función $f$:
Si $G'(x) = F'(x)$, para todo $x \in [a,b]$, entonces la Función Primitiva es:

$$G(x) = F(x) + C$$